

Teoría del consumidor: preferencias y utilidad

1 de agosto de 2016

Teoría del consumidor

Analiza cómo un individuo elige **la mejor canasta de consumo** que puede adquirir **con los recursos que dispone**.

Teoría del consumidor

El individuo es **racional**.

Axiomas de elección racional.

Concepto de 'preferencia'.

Preferencias

Propiedades básicas

Integridad (completitud): el individuo siempre especifica (preferencia o indiferencia).

Transitividad: el individuo es internamente coherente (bajo información perfecta: comprende completamente las consecuencias de sus decisiones).

Continuidad: Si la canasta X es preferible a la Y, las canastas 'adecuadamente cercanas a X' deben ser preferibles a Y. Propiedad técnica necesaria para un desarrollo matemático de la teoría de la elección (marginalismo: Walras, Pareto...).

Preferencias

Condición de estricto en las preferencias

Cuando al comparar pares de canastas, según gustos del individuo decimos que **una “es preferida a” otra**. Se denota por el símbolo: \succ .

Indiferencia en las preferencias

Cuando al comparar pares de canastas, según gustos del individuo decimos que **una “es indiferente a” otra**. Se denota por el símbolo: \sim .

Debilidad en las preferencias

Cuando al comparar pares de canastas, según gustos del individuo decimos que **una “es preferida o indiferente a” otra**, es decir, que una “es al menos tan buena como” otra. Se denota por el símbolo: \succeq .

Preferencias

$\{x \succeq y \text{ o } y \succeq x\}$

$\{x \succeq y \text{ y } y \succeq z \rightarrow x \succeq z\}$

Utilidad

Dadas las tres propiedades básicas, se puede demostrar formalmente que **el individuo clasifica todas las posibles canastas entre la menos y la más deseable**: Andreu Mas-Collel, Michael D. Whinston and Jerry R. Green. *Microeconomic Theory*. Oxford University Press, Nueva York, 1995.

Esta clasificación fue denominada **utilidad** en por Jeremy Bentham (1748-1832): **doctrina utilitarista**.

Utilidad

Si un individuo prefiere la canasta x a la canasta y , decimos que la utilidad generada por la canasta x , denotada por $U(x)$ es mayor que la utilidad generada por la canasta y , denotada por $U(y)$.

Esta relación es ordinal (no es posible comparar utilidades de individuos diferentes). La noción de utilidad solo se define hasta una transformación preservadora del orden (transformación monótona: $F'(U) > 0$).

Supuesto de *ceteris paribus* (para volver manejable el análisis de la elección del individuo).

Utilidad

Curva de indiferencia (o en más de 2 dimensiones = 2 bienes superficie de indiferencia)

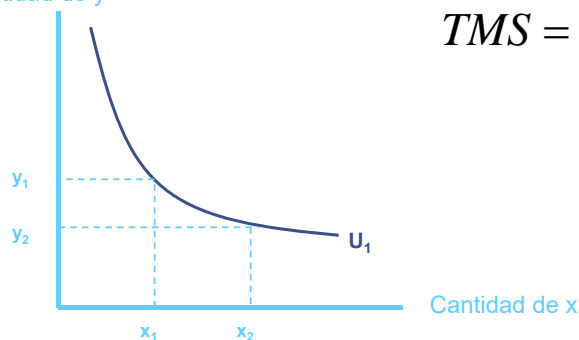
Dada una canasta x , la **curva de indiferencia** es la **representación gráfica de todas las canastas consideradas indiferentes para el individuo porque todas ellas le generan el mismo nivel de utilidad.**

La pendiente negativa de una curva de indiferencia en algún punto se denomina **tasa marginal de sustitución (TMS) entre los 2 bienes que componen la canasta** en ese punto. La pendiente comienza en infinito negativo y aumenta hacia cero (en términos matemáticos el valor absoluto de la pendiente disminuye).

Utilidad

Es decir, estamos trazando la curva de indiferencia con base al supuesto de una TMS decreciente ¿Qué quiere decir esto? ¿Qué el individuo cada vez está menos dispuesto a ceder (INTERCAMBIAR LIBREMENTE) y para obtener más x ?

Cantidad de y

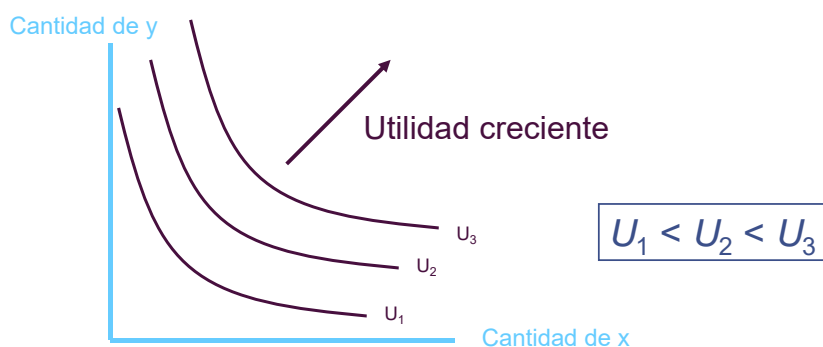


$$TMS = - \left. \frac{dy}{dx} \right|_{U=U_1}$$

Utilidad

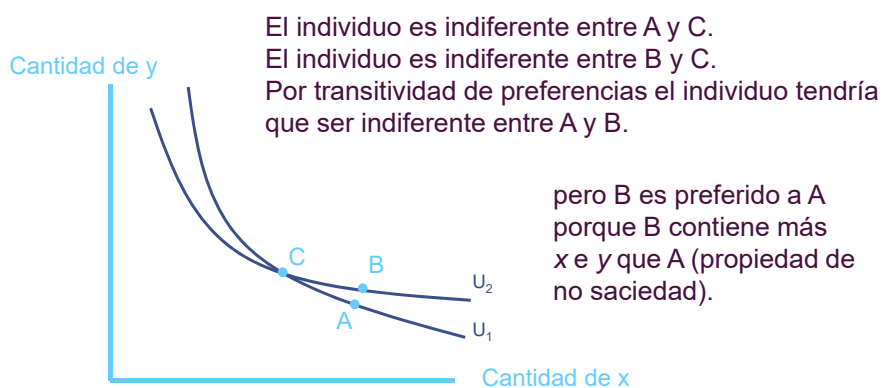
Mapa de curvas de indiferencia

Hay una curva de indiferencia que pasa por cada punto en el plano x-y, por tanto hay infinitas curvas de indiferencia en dicho plano.



Utilidad

¿Pueden cortarse dos curvas de indiferencia cualesquiera de un individuo?



Utilidad

¿Pueden cortarse dos curvas de indiferencia cualesquiera de un individuo?

Por lo tanto, **por la propiedad de transitividad** de las preferencias, podemos asegurar que **dos curvas de indiferencia distintas no se cruzan**.

Preferencias

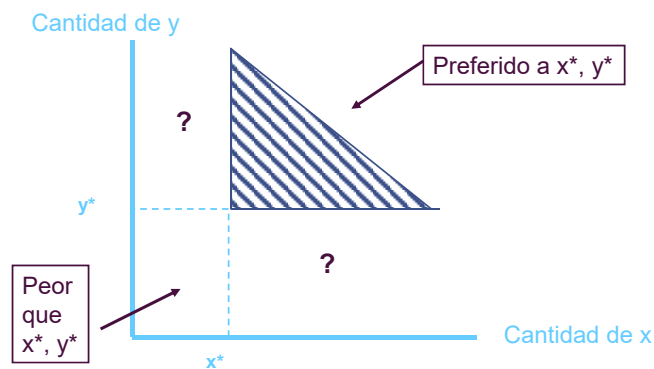
Propiedades adicionales sobre preferencias

Monotonicidad (no saciedad): si una canasta x contiene más de por lo menos un bien que la canasta y , y no menos de los demás bienes de la canasta y , entonces se cumple que $x \succ y$.

Por eso hablamos de 'bienes' (se prefiere más que menos).

Preferencias

Propiedades adicionales sobre preferencias



Preferencias

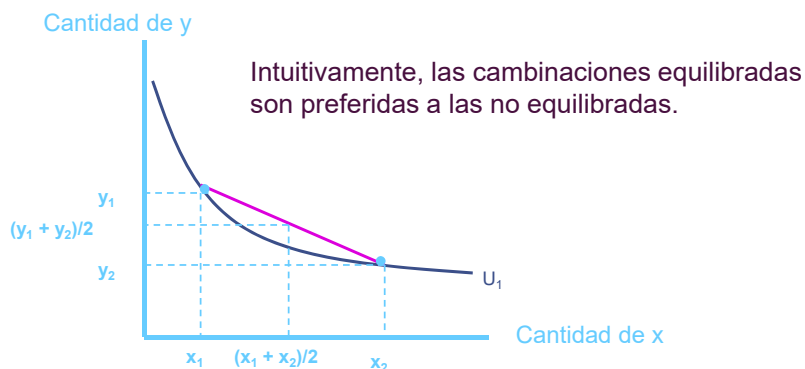
Propiedades adicionales sobre preferencias

Convexidad estricta (otra manera de decir que la TMS es decreciente): dadas dos canastas x, y , tales que $x \sim y$, las preferencias son estrictamente convexas si la canasta combinada es estrictamente preferida a x e y .

Serían convexas si la canasta combinada será al menos tan buena como x e y . Pero en este caso, ¿qué podría pasar con la TMS?

Preferencias

Propiedades adicionales sobre preferencias



Utilidad y TMS

Ejercicio: Supongamos que las preferencias de un individuo por hamburguesas (x) y gaseosas (y) viene dada por:

$$\text{utilidad} = 10 = \sqrt{x \cdot y}$$

Resolviendo para y :

$$y = 100/x$$

Resolviendo para la TMS = $-dy/dx$:

$$\text{TMS} = -dy/dx = 100/x^2$$

Utilidad y TMS

Observad que conforme x aumenta, la TMS cae:

- cuando $x = 5$, $TMS = 4$
- cuando $x = 20$, $TMS = 0.25$

Utilidad y TMS

Supongamos que el individuo tiene como función de utilidad: utilidad = $U(x,y)$

La diferencial total de U es: $dU = \frac{\partial U}{\partial x} dx + \frac{\partial U}{\partial y} dy$

Sabemos que a lo largo de cualquier línea de indiferencia la utilidad es constante ($dU = 0$).

Por lo tanto:

$$TMS = - \left. \frac{dy}{dx} \right|_{U=\text{constante}} = \frac{\frac{\partial U}{\partial x}}{\frac{\partial U}{\partial y}}$$

Utilidad y TMS

La TMS es la ratio de la utilidad marginal de x respecto a la utilidad marginal de y.

Ejercicio: Supongamos que las preferencias de un individuo vienen dadas por: $utilidad = \sqrt{x \cdot y}$

Podemos simplificar el álgebra tomando logaritmos de la función

$$U^*(x,y) = \ln[U(x,y)] = 0.5 \ln x + 0.5 \ln y$$

Utilidad y TMS

Por lo tanto:

$$TMS = \frac{\frac{\partial U^*}{\partial x}}{\frac{\partial U^*}{\partial y}} = \frac{\frac{0.5}{x}}{\frac{0.5}{y}} = \frac{y}{x}$$

Utilidad y TMS

Ejercicio: si la función de utilidad es:

$$U(x,y) = x + xy + y$$

No hay ventajas en transformar la función de utilidad, por lo tanto:

$$TMS = \frac{\frac{\partial U}{\partial x}}{\frac{\partial U}{\partial y}} = \frac{1+y}{1+x}$$

Utilidad y TMS

Ejercicio: Supongamos que las preferencias de un individuo vienen dadas por: $\text{utilidad} = \sqrt{x^2 + y^2}$

Podemos simplificar el álgebra usando la transformación: $U^*(x,y) = [U(x,y)]^2 = x^2 + y^2$

Por lo tanto:

$$TMS = \frac{\frac{\partial U^*}{\partial x}}{\frac{\partial U^*}{\partial y}} = \frac{2x}{2y} = \frac{x}{y}$$

¿Cómo son aquí las curvas de indiferencia?

Ejemplos específicos de funciones de utilidad de 2 bienes

Utilidad Cobb-Douglas:

$$\text{utilidad} = U(x,y) = x^\alpha y^\beta$$

Donde α and β son constantes positivas

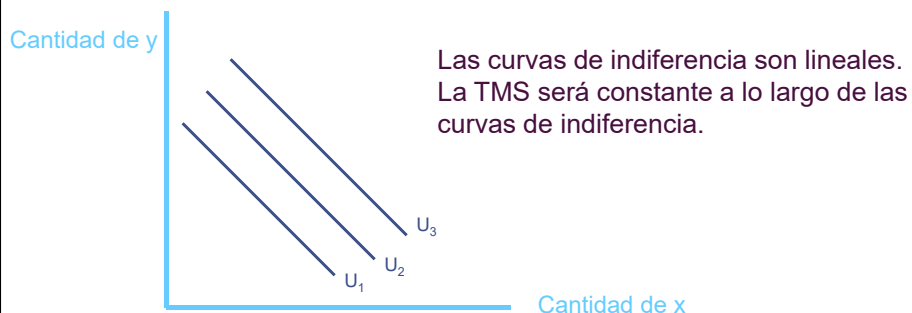
- Las magnitudes relativas de α y β indican la relativa importancia de los bienes para el individuo.
- Charles Cobb y Paul Douglas (EEUU: 1927-1947)

Ejemplos específicos de funciones de utilidad de 2 bienes

Sustitutos perfectos:

$$\text{utilidad} = U(x,y) = \alpha x + \beta y$$

Donde α and β son constantes positivas



Ejemplos específicos de funciones de utilidad de 2 bienes

Complementos perfectos:

$$\text{utilidad} = U(x,y) = \min (\alpha x, \beta y)$$

Donde α and β son constantes positivas

- El operador ‘min’ significa que la utilidad está dada por el menor de los términos entre paréntesis
- La utilidad no se incrementa cuando solo se incrementa uno de los bienes con el otro constante.

Ejemplos específicos de funciones de utilidad de 2 bienes

Complementos perfectos:

Cantidad de y



Las curvas de indiferencia tienen forma de L. La utilidad solo aumenta cuando se consume más de los 2 bienes conjuntamente.

Ejemplos específicos de funciones de utilidad de 2 bienes

Utilidad CES (Constant Elasticity of Substitution):

$$\text{utilidad} = U(x,y) = x^{\delta/\delta} + y^{\delta/\delta}$$

cuando $\delta \leq 1$, $\delta \neq 0$ y

$$\text{utilidad} = U(x,y) = \ln x + \ln y$$

cuando $\delta = 0$

- Sustitutos perfectos $\Rightarrow \delta = 1$
- Cobb-Douglas $\Rightarrow \delta = 0$
- Complementos perfectos $\Rightarrow \delta = -\infty$

Ejemplos específicos de funciones de utilidad de 2 bienes

Utilidad CES (Constant Elasticity of Substitution):

Aquí la elasticidad de sustitución (σ) es igual a $1/(1 - \delta)$

- Sustitutos perfectos $\Rightarrow \sigma = \infty$
- Complementos perfectos (proporciones fijas) $\Rightarrow \sigma = 0$

Preferencias

Preferencias homotéticas

Cuando la TMS depende de la ratio de cantidades de los 2 bienes, no de las cantidades en sí, la función de utilidad es homotética

- Sustitutos perfectos \Rightarrow la TMS es la misma en todo punto
- Complementos perfectos $\Rightarrow TMS = \infty$ si $y/x > \alpha/\beta$, indefinida si $y/x = \alpha/\beta$, y $TMS = 0$ si $y/x < \alpha/\beta$

Preferencias

Preferencias homotéticas

Para la función Cobb-Douglas general, la TMS es:

$$TMS = \frac{\frac{\partial U}{\partial x}}{\frac{\partial U}{\partial y}} = \frac{\alpha x^{\alpha-1} y^{\beta}}{\beta x^{\alpha} y^{\beta-1}} = \frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{y}{x}$$

Preferencias

Preferencias no homotéticas

Algunas funciones no presentan preferencias homotéticas: utilidad = $U(x,y) = x + \ln y$ (función de utilidad cuasilineal)

$$TMS = \frac{\frac{\partial U}{\partial x}}{\frac{\partial U}{\partial y}} = \frac{1}{\frac{1}{y}} = y$$

Resumen

Preferencias

Utilidad y curvas de indiferencia

Tasa marginal de sustitución

Formas funcionales simples de las preferencias de los individuos

¿Generalización a más de 2 bienes?

Ejercicios

3.10 (solución vista en clase)

3.13:

- a. $TMS = U_x / U_y = y$
- b. Condición de cuasiconcavidad (conjunto de puntos convexo): $f_{11}f_2^2 - 2f_{12}f_1f_2 + f_{22}f_1^2 < 0$; en este caso $f_{11} = 0$ y $f_{12} = 0$, luego como $-1/y^2 < 0$ se cumple.
- c. $y = \exp(k-x)$ para $U(x,y) = k$
- d. La utilidad marginal de x es constante. La utilidad marginal de y es decreciente. Luego, conforme aumenta la renta, los consumidores, en última instancia, elegirán solo añadir x .
- e. y puede ser un bien particular mientras que x puede representar el resto de bienes.